# The Wilcoxon Test

## 1) The Wilcoxon Signed-Ranks Test

**<u>หลักการและแนวคิด</u>**

เนื่องจากการทดสอบเครื่องหมายแบบธรรมดาที่ใช้ในการทดสอบสำหรับตัวอย่างเดียวใช้ประโยชน์เฉพาะเครื่องหมายของความแตกต่างระหว่างค่าสังเกตแต่ละค่ากับค่ามัธยฐานภายใต้สมมุติฐานว่างที่กำหนดให้ $M_o$ เท่านั้น แต่ขนาดของความแตกต่างไม่ได้นำมาพิจารณาในการทดสอบด้วย ตัวสถิติทดสอบที่จะนำขนาดของความแตกต่างระหว่างค่าสังเกตและค่ามัธยฐานภายใต้สมมุติฐานว่างมาประกอบการพิจารณาทดสอบ น่าจะให้ประสิทธิภาพการทดสอบที่ดีกว่า ถ้าสมมุติว่าข้อมูลของประชากรมีการแจกแจงที่สมบูรณ์แล้ว การทดสอบแบบลำดับเครื่องหมายของวิลคอกซ์สันจะเป็นการทดสอบตำแหน่งอีกการทดสอบหนึ่งที่จะใช้ข่าวสารทั้งจากขนาดและเครื่องหมายของความแตกต่าง

การทดสอบ The Wilcoxon Signed Ranks Test เป็นการนับจำนวนเครื่องหมายบวก(+) หรือ (-) และจะทำให้ได้ค่าความน่าจะเป็นตามทฤษฎีบททวินาม (Binomial Theorem) ค่าความน่าจะเป็นที่ได้จากข้อมูลเราสามารถนำไปเปรียบเทียบกับค่าระดับความมีนัยสำคัญของการทดสอบ

การใช้สถิติแบบ The Wilcoxon Signed Ranks Test เป็นการทดสอบที่สามารถคำนวณค่าสถิติได้ง่ายๆอย่างหนึ่งและเป็นการทดสอบที่นับว่ามีประสิทธิภาพ จะให้ประโยชน์ต่อการศึกษาทางด้านพฤติกรรมศาสตร์ ทั้งนี้เพราะว่าการวิจัยทางด้านพฤติกรรมศาสตร์บางครั้งข้อมูลอาจไม่เป็นช่วงคะแนน แต่เป็นเพียงระดับ Ordinal Scale นักวิจัยก็สามารถกำหนดทิศทางของแต่ละพฤติกรรมว่าเป็นบวกหรือลบ ภายหลังจากการเปรียบเทียบพฤติกรรมทั้งสองคุณลักษณะในแต่ละคู่ลำดับ

**<u>สถิติทดสอบ</u>**

สมมติว่ามีกลุ่มตัวอย่างขนาด n จำนวน ได้รับการวัดผลด้วยเครื่องมือชุด $X_i$ และชุด $Y_i$ ดังนั้นคะแนนมีคู่ลำดับ n คู่ ได้แก่ $(X_i, Y_i)$ เมื่อ $i = 1, 2, 3, \ldots, n$

ให้ $d_i = X_i - Y_i$

การใช้ The Wilcoxon Signed Ranks Test เริ่มต้นด้วยการจัดอันดับค่า $d_i$ (โดยพิจารณาเครื่องหมาย + และ – เป็นเสมือนไม่มีเครื่องหมาย) ต่อเมื่อจัดลำดับแล้วจึงให้ใส่เครื่องหมายภายหลัง

การจัดอันดับให้พิจารณา อันดับที่ 1 คือค่า $d_i$ ที่มีค่าน้อยที่สุด (ไม่พิจารณาเครื่องหมาย) อันดับที่ 2 คือค่า $d_i$ ที่มีค่ารองลงไปเรื่อยๆ และอื่นๆจนจบ ต่อจากนี้จึงใส่เครื่องหมายโดยใช้หลักว่าแรกเริ่มที่เดียวเครื่องหมายเป็นลบ ค่าอับดับที่ก็เป็นลบ ดังนั้นเครื่องหมายก็จะมีบวก (+) และลบ (-) ผสมกันในข้อมูลชุดหนึ่ง

การเขียน $H_0$ ให้เขียนในทำนองว่า ผลจากการทดสอบของข้อสอบชุด $X_i$ และชุด $Y_i$ ต่างก็ให้ผลปานๆกัน หรือมาจากกลุ่มประชากรที่มีค่ามัธยฐานเท่าๆกัน และมีการแจกแจงของข้อมูลเหมือนกัน

**กำหนดค่าสถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐานการวิจัยดังนี้**

$T^+ = \sum d_i$ ($d_i$ คือเครื่องหมาย +)

$T^- = \sum d_i$ ($d_i$ คือเครื่องหมาย - )

ผลรวมของตำแหน่งคือ $\frac{n(n+1)}{2}$ เมื่อ n คือจำนวนกลุ่มตัวอย่าง

**ดังนั้น** $\mathbf{T^- = \frac{n(n+1)}{2} - T^+}$

**กรณีที่มีตำแหน่งซ้ำๆกัน**

ในกรณีที่คู่ลำดับใดมีค่าซ้ำกันก็จะให้ค่าตำแหน่งซ้ำกันด้วย หรือ $X_i - Y_i = 0$ กรณีนี้ให้ยกคู่ลำดับนี้ออกไปจากการวิจัย จำนวนคนในกลุ่มตัวอย่างก็จะลดลงตามไปด้วย

กรณีที่มีคู่ลำดับ ($X_i$ , $Y_i$) มากกว่าหนึ่งคู่ที่ให้ค่า $d_i$ เท่าๆกัน แสดงว่าลำดับที่ที่ต้องกำหนดนั้นต้องการเฉลี่ยกันดังเช่น

$d_1 = -1$ , $d_2 = -1$ , $d_3 = +1$ หาค่าเฉลี่ยของอับดับที่ได้ $= \frac{1+2+3}{3} = 2$ , นั่นก็คือ คะแนน $d_1$, $d_2$, $d_3$ ต่างมีค่าลำดับที่เท่ากันหมดคือ 2

**สำหรับกลุ่มตัวอย่างที่มีขนาดเล็ก**

กรณีที่กลุ่มตัวอย่างมีขนาดเล็กๆ $n \leq 15$ ให้ใช้ตาราง H หาค่าความน่าจะเป็นเพื่อใช้ในการทดสอบสมมติฐานการวิจัย การคำนวณให้หาค่า $T^+$ เพื่อทดสอบ $H_0$ : ไม่มีค่าความแตกต่างระหว่างคะแนนชุด $X_i$ , และชุด $Y_i$

ถ้าค่า $T^+$ จากการคำนวณมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ $T^+$ จากตาราง H

แสดงว่าค่าความน่าจะเป็นที่หาได้ p จะมีค่าน้อยกว่าระดับความมีนัยสำคัญของการทดสอบ $\alpha$ ซึ่งก็คือ $p \leq \alpha$ ซึ่งก็ปฏิเสธ $H_0$

ตาราง H ใช้ได้ทั้งการทดสอบสองทิศทาง และการทดสอบทิศทางเดียว

**กลุ่มตัวอย่างที่มีขนาดใหญ่**

เมื่อจำนวนกลุ่มตัวอย่างที่มีขนาดมากกว่า 15 ( n > 15) ตาราง H ไม่สามารถใช้หาค่าความน่าจะเป็นได้ เนื่องจากจำนวนกลุ่มตัวอย่างมีขนาดใหญ่จึงยอมรับว่า การแจกแจงของ $T^+$ จะมีการกระจายเป็นโค้งปกติซึ่งมี

$$\text{Mean} = \mu_{T+} = \frac{n(n+1)}{4}$$

$$\text{Variance} = \sigma^2_{T+} = \frac{n(n+1)(2n+1)}{24}$$

สูตร $Z = \dfrac{T^+ - \mu_{T^+}}{\sigma_{T^+}}$ ดังนั้นเมื่อเราได้ Z เราก็สามารถหาค่าความน่าจะเป็นจากตาราง A เพื่อทดสอบสมมติฐานการวิจัยโดยการเปรียบเทียบกับค่า $\alpha$

**กรณีที่มีตำแหน่ง $d_i$ ซ้ำๆ กัน**

กรณีที่ตำแหน่ง $d_i$ มีค่าซ้ำกันๆ เราอาจใช้สูตรปรับปรุงค่า $\sigma^2$ ดังนี้

$$\sigma^2_{T^+} = \frac{n(n+1)(2n+1)}{24} - \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{m} t_j(t_j - 1)(t_j + 1)$$

เมื่อ m คือ จำนวนกลุ่มของตำแหน่งซ้ำๆ กัน

$t_j$ คือ จำนวนตำแหน่งซ้ำในกลุ่มที่ j

**ตัวอย่างเช่น**

| กลุ่ม | อันดับที่ | $t_j$ |
|---|---|---|
| 1 | 4.5 | 8 |
| 2 | 11.5 | 6 |
| 3 | 16.5 | 4 |
| 4 | 20 | 3 |
| 5 | 23 | 3 |
| 6 | 25.5 | 2 |

$\sigma^2_{T^+}$ ที่ยังไม่ปรับค่า = 1550.25

$\sigma^2_{T^+}$ ที่ปรับค่าแล้ว = 1550.25 – 414 = 1136.25

เมื่อ $\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{6} t_j(t_j - 1)(t_j + 1)$

$$= \frac{1}{2}\begin{matrix} 8(8-1)(8+1) + 6(6-1)(6+1) \\ + 4(4-1)(4+1) + 3(3-1)(3+1) \\ + 3(3-1)(3+1) + 1(2-1)(2+1) \end{matrix}$$

$$= \frac{1}{2}[504 + 210 + 60 + 24 + 24 + 6]$$

$$= \frac{1}{2}[828] = 414$$

$$\therefore Z = \frac{298 - 175.5}{1136.25} = 3.63$$

พื้นที่ใต้โค้งปกติเมื่อ 3.63 < Z จากตาราง A ให้ค่า P = .00016 ซึ่งก็คือ p < $\alpha$ แสดงว่าปฏิเสธ $H_0$ ซึ่งได้ผลเหมือนเดิม แต่มีข้อน่าสังเกตก็คือ p < .00016 มีค่าน้อยกว่า p ที่ยังไม่ปรับค่าความแปรปรวน

## การทดสอบสมมุติฐาน

**การทดสอบแบบสองหาง (Two - tailed test)**

$H_0 : M = M_0$

$H_1 : M = M_0$

เมื่อ $H_0$ เป็นจริง ค่าคาดหวังของ $T^+$ จะเท่ากับค่าคาดหวังของ $T^-$ แต่ถ้าค่าของ T+ หรือ T- เล็กเกินไปจะเป็นเหตุให้ปฏิเสธ $H_0$ ดังนั้นจะปฏิเสธ $H_0$ ที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha$ ถ้า T+ (หรือ T) มีค่าน้อยกว่าค่าควอนไทล์ที่ $\alpha/2$ ของ T+ (หรือ T) หรือมากกว่าค่าควอนไทล์ที่ 1- $\alpha/2$ ของ T+ (หรือ T)

**การทดสอบแบบหางเดียวด้านล่าง (Lower-tailed test)**

$H_0 : M \geq M_o$

$H_1 : M < M_o$

ซึ่งจะปฏิเสธ $H_0$ ที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha$ ถ้า $T^+$ (หรือ T) มีค่าน้อยกว่าค่าควอนไทล์ที่ $\alpha$ ของ $T^+$

**การทดสอบแบบหางเดียวด้านบน (Upper-tailed test)**

$H_0 : M \leq M_o$

$H_1 : M > M_o$

ซึ่งจะปฏิเสธ $H_0$ ที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha$ ถ้า $T^+$ (หรือ T) มีค่ามากกว่าควอนไทล์ที่ $\alpha$ ของ $T^+$

**<u>บทสรุป</u>**

The Wilcoxon Signed Ranks Test เป็นสถิติที่ใช้เพื่อทดสอบดูว่าคุณลักษณะของพฤติกรรมศาสตร์ที่ได้มาจากกลุ่มตัวอย่างเดียวกัน แต่มีการวัดที่มาจากเงื่อนไขที่แตกต่างกันสองเงื่อนไข ทำให้เกิดค่าคู่ลำดับ $(X_i, Y_i)$ เพื่อที่นักวิจัยจะได้ศึกษาดูว่ามัธยฐานของ $X_i$ และค่ามัธยฐานของ $Y_i$ มีค่าแตกต่างกันหรือไม่อย่างไร กล่าวโดยสรุปมีขั้นตอน คือ

1. คู่ลำดับ $(X_i , Y_I)$ จะให้ค่าความแตกต่างระหว่าง $X_i$ และ $Y_i$ ให้ค่าความแตกต่างคือ $d_i$ ดังนั้น $d_i = X_i – Y_i$ ซึ่งต้องมีการใส่เครื่องหมายบวก (+) , ลบ (-) ไว้ด้วย

2. หาค่าตำแหน่งของ $d_i$ โดยพิจารณาค่าตำแหน่งเป็นลำดับที่ เสมือนกับไม่มีเครื่องหมาย ต่อเมื่อได้ค่าลำดับที่ของตำแหน่งแล้วจึงใส่เครื่องหมายกำกับไว้เหมือนเดิม

3. ให้ใส่เครื่องหมายบวก (+) หรือลบ (-) ที่เกิดจากลำดับที่ของ $d_i$

4. หาค่าจำนวน n ใหม่ โดยไม่นับค่า $d_i = 0$

5. หาค่า $T^+$ เมื่อ $T^+ = \sum d_i$ (เมื่อ $d_i$ คือลำดับที่ของเครื่องหมายบวก)

6. นำ n, $T^+$ ไปหาค่าความน่าจะเป็น p จากตาราง H

7. การสรุปผลการทดสอบสมมติฐาน

7.1 ถ้า $n \leq 15$ ใช้ตาราง H เพื่อหาค่า p ถ้าค่า $p \leq \alpha$ ก็แสดงว่าปฏิเสธ $H_0$ ในกรณีที่เป็นการทดสอบแบบทิศทางเดียว

7.2 ถ้า $n \leq 15$ ใช้ตาราง H เพื่อหาค่า p ถ้าค่า $2p \leq \alpha$ ก็แสดงว่าปฏิเสธ $H_0$ ในกรณีที่เป็นการทดสอบแบบสองทิศทาง

7.3 ถ้า $n > 15$ ใช้ตาราง A หาค่า p ถ้าค่า $p \leq \alpha$ ก็แสดงว่าปฏิเสธ $H_0$ ในกรณีที่เป็นการทดสอบแบบทิศทางเดียว

7.4 ถ้า $n \leq 15$ ใช้ตาราง A เพื่อหาค่า p ถ้าค่า $2p \leq \alpha$ ก็แสดงว่าปฏิเสธ $H_0$ ในกรณีที่เป็นการทดสอบแบบสองทิศทาง

การใช้ตาราง A ต้องเปลี่ยนค่า $T^+$ เป็นค่า Z ก่อน จากสูตร

$$Z = \frac{T^+ - \mu_{T^+}}{\sigma_{T^+}}$$

## ตัวอย่าง

**ตัวอย่างที่ 1** ครูประจำชั้นอนุบาลทำการสอบนักเรียนจำนวน 12 คน ด้วยข้อสอบวัดความพร้อมทางด้านการอ่าน ปรากฏว่าได้คะแนนก่อนเรียนและภายหลังจากการเรียนดังนี้

| ชื่อ | ก | ข | ค | ง | จ | ฉ | ช | ซ | ฌ | ญ | ฏ | ฎ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **ก่อนเรียน** | 20.3 | 17.0 | 6.5 | 25.0 | 5.4 | 29.2 | 2.9 | 6.6 | 15.8 | 8.3 | 34.0 | 8.0 |
| **หลังเรียน** | 50.4 | 87.0 | 25.1 | 28.5 | 26.9 | 36.6 | 1.0 | 43.8 | 44.2 | 10.4 | 29.9 | 27.7 |

จงทดสอบ $H_1$: คะแนนจากการทดสอบหลังเรียนมีค่ามากกว่าคะแนนจากการทดสอบก่อนเรียน

**วิธีทำ**

**1. การตั้งสมมติฐาน**

$H_0$ **:** คะแนนจากการทดสอบหลังเรียนมีค่าเท่ากับคะแนนจากการทดสอบก่อนเรียน

$H_1$ : คะแนนจากการทดสอบหลังเรียนมีค่ามากกว่าคะแนนจากการทดสอบก่อนเรียน

**2.สถิติที่ทดสอบ**

The Wilcoxon Signed Ranks Test

**3. ระดับความมีนัยสำคัญ**

$\alpha = .01,\ n = 12$

**4. การแจกแจงของค่าสถิติ**

ค่า $T^+$ ที่ได้จากข้อมูลใช้ตาราง H คำนวณค่าความน่าจะเป็น เมื่อ $n \leq 15$

**5. พื้นที่วิกฤติ**

การทดสอบสมมติฐานในโจทย์ปัญหาเป็นการทดสอบแบบทิศทางเดียว พื้นที่วิกฤติคือ ค่า p ซึ่งค่า $p \leq \alpha$ ซึ่งปฏิเสธ $H_0$

**6. คำนวณ**

สร้างตารางแจกแจงความถี่ใหม่ดังนี้

| ชื่อ | ก่อนเรียน(X) | หลังเรียน(Y) | $d_i = Y_i - X_i$ | ลำดับที่ของ $d_i$ |
|---|---|---|---|---|
| ก | 20.3 | 50.4 | 30.1 | 10 |
| ข | 17.0 | 87.0 | 70.0 | 12 |
| ค | 6.5 | 25.1 | 18.6 | 6 |
| ง | 25.0 | 28.5 | 3.5 | 3 |
| จ | 5.4 | 26.9 | 21.5 | 8 |
| ฉ | 29.2 | 36.6 | 7.4 | 5 |
| ช | 2.9 | 1.0 | -1.9 | -1 |
| ซ | 66 | 43.8 | 37.2 | 11 |
| ฌ | 15.8 | 44.2 | 28.4 | 9 |
| ญ | 8.3 | 10.4 | 2.1 | 2 |
| ฏ | 34.0 | 29.9 | -4.1 | -4 |
| ฏ | 8.0 | 27.7 | 19.7 | 7 |

สูตร $T^+ = d_i$ ($d_i$ คือลำดับที่เครื่องหมาย +)

$= 10 + 12 + 6 + 3 + 8 + 5 + 11 + 9 + 2 + 7$

$= 73$

**7.การสรุปผล**

จากตาราง H, $n = 12$ , $T^+ = 73$ ให้ค่าความน่าจะเป็น $p = .0024$ (สำหรับการทดสอบแบบสองทิศทาง $2p = .0048$) ซึ่งจะเห็นได้ว่า $p < \alpha$ ซึ่งปฏิเสธ $H_0$ แต่ยอมรับ $H_1$ หมายความว่า คะแนนจากการทดสอบภายหลังการเรียน มีค่ามากกว่าคะแนนจากการทดสอบก่อนเรียน

**ตัวอย่างที่ 2** จากการทดสอบนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 30 คน ด้วยแบบทดสอบวัดความจำ โดยใช้วิธีสอบก่อนสอน (X) และภายหลังการสอน(Y) ปรากฏว่าได้คะแนนค่าความแตกต่าง $d_i = Y_i - X_i$ จำนวน 30 ค่า ดังนี้

| เลขที่ | ค่า $d_i$ | เลขที่ | ค่า $d_i$ |
|---|---|---|---|
| 1 | -2 | 16 | 1 |
| 2 | 0 | 17 | -1 |
| 3 | 0 | 18 | 5 |
| 4 | 1 | 19 | 8 |
| 5 | 0 | 20 | 2 |
| 6 | 0 | 21 | 2 |
| 7 | 4 | 22 | 2 |
| 8 | 4 | 23 | -3 |
| 9 | 1 | 24 | -2 |
| 10 | 1 | 25 | 1 |
| 11 | 5 | 26 | 4 |
| 12 | 3 | 27 | 8 |
| 13 | 5 | 28 | 2 |
| 14 | 3 | 29 | 3 |
| 15 | -1 | 30 | -1 |

จงทดสอบ $H_0$ : ไม่มีความแตกต่างกันระหว่างคะแนนที่ได้จากการสอบก่อนสอนและภายหลังจากการสอน

$H_1$ : คะแนนจากการสอบก่อนสอนมีค่าน้อยกว่าคะแนนจากการสอบภายหลังจากการสอน

**วิธีทำ**

**1. การตั้งสมมติฐาน**

$H_0$ : ไม่มีความแตกต่างกันระหว่างคะแนนที่ได้จากการสอบก่อนสอนและภายหลังจากการสอน

$H_1$ : คะแนนจากการสอบก่อนสอนมีค่าน้อยกว่าคะแนนจากการสอบภายหลังจากการสอน

**2.สถิติที่ทดสอบ**

The Wilcoxon Signed Ranks Test

**3. ระดับความมีนัยสำคัญ**

ใช้ $\alpha = .01$, $n = 30$ กรณีที่ $d_i = 0$ ค่า n จะลดลงตามจำนวนของ $d_i = 0$

**4. การแจกแจงของค่าสถิติ**

ใช้ตาราง A หาค่าพื้นที่ใต้โค้งปกติเนื่องจากค่า Z จากสูตร

$$\text{สูตร } Z = \frac{T^{+} - \mu_{T^{+}}}{\sigma_{T^{+}}}$$

**Z** มีการแจกแจงเป็นโค้งปกติโดยที่ Mean = 0 , Variance = 1

**5. พื้นที่วิกฤติ**

เนื่องจากรู้ทิศทางของการทดสอบ $H_0$ จากที่ $H_1$ กล่าวว่า คะแนนจากการสอบก่อนการสอนมีค่าน้อยกว่าคะแนนที่ได้ภายหลังจากการสอน ซึ่งเป็นการทดสอบทิศทางเดียว เมื่อ $\alpha = .01$

กรณีที่ค่า Z จากการคำนวณมีค่ามากกว่า $Z\alpha$ จะให้ค่าความน่าจะเป็น $p$ น้อยกว่าหรือเท่ากับ $\alpha$ หรือ $p \leq \alpha$ ก็หมายความว่าปฏิเสธ $H_0$

**6. การคำนวณ สร้างตารางแจกแจงความถี่ใหม่ ดังนี้**

| ค่า $d_i$ | อันดับที่ของ $d_i$ | ค่า $d_i$ | อันดับที่ของ $d_i$ |
|---|---|---|---|
| -2 | -11.5 | 1 | 4.5 |
| 0 | - | -1 | -4.5 |
| 0 | - | 5 | 23 |
| 1 | 4.5 | 8 | 25.5 |
| 0 | - | 2 | 11.5 |
| 0 | - | 2 | 11.5 |
| 4 | 20 | 2 | 11.5 |
| 4 | 20 | -3 | -16.5 |
| 1 | 4.5 | -2 | -11.5 |
| 1 | 4.5 | 1 | 4.5 |
| 5 | 23 | 4 | 20 |
| 3 | 16.5 | 8 | 25.5 |
| 5 | 23 | 2 | 11.5 |
| 3 | 16.5 | 3 | 16.5 |
| -1 | 4.5 | -1 | -4.5 |

$n = 26$, $T^{+} = 298$, $T^{-} = 53$

สูตร $Z = \frac{T^{+} - \mu_{T^{+}}}{\sigma_{T^{+}}}$

$$\mu T^{+} = \frac{n(n+1)}{4} = \frac{26\ (27\ )}{4} = 175\ .5$$

$$\sigma T^{+} = \sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}} = \sqrt{\frac{26(27)(53)}{24}} = \sqrt{1550\ .25}$$

$$= 39.37$$

แทนค่าได้ $\mathbf{Z} = \frac{298 - 175.5}{39.37} = 3.11$

**7. การสรุปผล**

จากตาราง A เมื่อ Z = 3.11 ให้ค่าพื้นที่ใต้โค้งปกติเมื่อ 3.11 < Z

ให้ค่าความน่าจะเป็น P = .0009

การทดสอบทิศทางเดียว P = .0009

แสดงว่า P < $\alpha$ หมายความว่า ปฏิเสธ $H_0$ แต่ยอมรับ $H_1$ นั้นแสดงว่า คะแนนจากการสอบก่อนสอนมีค่าน้อยกว่าคะแนนจากการสอบภายหลังจากการสอน

## 2) The Wilcoxon Matched Pairs Signed-Ranks Test

**<u>หลักการและแนวคิด</u>**

เนื่องจากการทดสอบเครื่องหมายสำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลที่จับคู่กันใช้ข้อมูลข่าวสารที่แต่เพียงว่า X ใหญ่กว่า หรือเล็กกว่าหรือเท่ากับ Y เท่านั้น ดังนั้นถ้าข้อมูลวัดมาจากมาตรการวัดที่ต่ำทำให้ข้อมูลดิบไม่สามารถให้ข่าวสารได้มากกว่านี้แล้ว การทดสอบเครื่องหมายอาจถือเป็นการทดสอบที่ดีที่สุดสำหรับการอนุมานจากข้อมูลที่มีอยู่ แต่อย่างไรก็ตาม ถ้าข้อมูลมีข่าวสารมากกว่านั้น การทดสอบเครื่องหมายอาจไม่เป็นทางเลือกที่ดีที่สุด เพราะว่าการทดสอบเครื่องหมายจะทิ้งข่าวสารที่นอกเหนือจากนั้น ซึ่งโดยปกติแล้วเมื่อเลือกใช้การทดสอบที่ไม่ใช่ข่าวสารที่มีอยู่ จะทำให้สูญเสียอำนาจการทดสอบทางสถิติ ดังนั้นสิ่งที่ต้องการคือใช้การทดสอบที่ใช้ข่าวสารจากข้อมูลที่มีอยู่ให้มากที่สุดเท่าที่จะทำได้

การทดสอบลำดับเครื่องหมายของข้อมูลที่จับกันเป็นคู่ของวิลคอกซ์สัน เป็นการทดสอบเพื่อตอบสนองสิ่งนี้ในกรณีของสองตัวอย่างที่สัมพันธ์กัน เมื่อมาตรการวัดใช้วัดทั้งความแตกต่างละขนาดของความแตกต่างของแต่ละคู่ของค่าสังเกต

**<u>ข้อตกลง</u>**

ข้อมูลประกอบด้วยค่าสังเกต n' คู่ $(X_1,Y_1),(X_2,Y_2),\ldots,(X_n',Y_n')$ ของตัวแปรเชิงสุ่ม 2 ตัว $(X_1,Y_1),(X_2,Y_2),\ldots,(X_n',Y_n')$ คำนวณหาความแตกต่าง n' ค่าของข้อมูลจาก$|D_1 = Y_i - X_i|$และความแตกต่างสมบูรณ์ $D_i = Y_i - X_i$ ; i= 1,2,…,n' ทิ้งข้อมูลทุกคู่ที่ $D_i = 0$ หรือ $X_i = Y_i$ ให้ n แทนจำนวนคู่ของข้อมูลที่เหลือ ดังนั้น $n \leq n'$ ให้ลำดับจาก 1 ถึง n กับข้อมูลคู่ลำดับตามขนาดของ$|D_i|$จากค่าน้อยที่สุดไปหาค่ามากที่สุด ถ้าคู่ลำดับหลายคู่มีค่าความแตกต่างสมบูรณ์เท่ากัน ให้จัดลำดับค่าเฉลี่ยให้กับคู่ลำดับเหล่านั้น

1. การแจกแจงของแต่ละ $D_i$ สมมาตร เมื่อ i= 1,2 ,…,n'
2. $D_i$ เป็นอิสระจากกัน
3. ทุกค่ามีค่าเฉลี่ยเดียวกัน
4. มาตรการวัด $D_i$ อย่างน้อยเป็นแบบช่วง

**<u>สถิติทดสอบ</u>**

ให้ Ri เป็นลำดับเครื่องหมายซึ่งนิยามให้กับแต่ละ$(X_i , Y_i)$; i=1,2,3,…,n' ดังนี้

$R_i$ = ลำดับที่จัดให้กับ $(X_i , Y_i)$ ถ้า $D_i = Y_i - X_i$ เป็นบวกนั่นคือ $Y_i > X_i$

$R_i$ = เครื่องหมายลบของลำดับที่จัดให้กับ $(X_i , Y_i)$ ถ้า $D_i$ เป็นลบ $(Y_i < X_i)$

สถิติทดสอบคือผลรวมของลำดับที่มีเครื่องหมายเป็นบวก นั่นคือ

$$T^{+} = \sum_{i=1}^{n} \left\{ R_i \middle| D_i \rhd o \right\}$$

สำหรับการแจกแจงของ T+ ภายใต้ H0 ซึ่ง $D_i$ มีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ สามารถคำนวณหาควอไทล์ด้านล่าง (Lower quartile) เมื่อไม่มีข้อมูลใดเท่ากัน และ n' $\leq$ 50 ได้จากตารางที่ 5 สำหรับควอไทล์ด้านบน (Upper quartile) หาได้จากความสัมพันธ์

$$\omega_p = n\frac{(n+1)}{2} - \omega_{1_p}$$

ถ้ามีข้อมูลที่มีค่าเท่ากันจำนวนมากหรือ n > 50 จะใช้ผลรวมของลำดับเครื่องหมายทั้งหมด (ทั้งเครื่องหมาย + และ - ) และสถิติที่จะใช้ทดสอบคือ

$$T = \frac{\sum_{i=1}^{n} R_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} R^2}}$$

ซึ่งการแจกแจงค่าของสถิติ T จะประมาณได้ด้วยการแจกแจงปกติมาตรฐาน
ถ้าไม่มีข้อมูลใดเท่ากัน T จะเป็น

$$T = \frac{\sum_{i=1}^{n} R_i}{\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}}} \approx N(0,1)$$

**<u>การทดสอบสมมุติฐาน</u>**

ก. การทดสอบบบสองหาง (Two-tailed test)

$H_0$ : E(D) = 0 (หรือ E(X) = E(X))

$H_1$ : E(D) $\neq$ 0

(ถ้าคู่ลำดับ($X_i$ , $Y_i$) มีการแจกแจงที่เหมือนกัน สมมุติฐานทางเลือกอาจเขียนได้เป็น $H_1$ : E(x)$\neq$ E(y)) และจะปฏิเสธ $H_o$ ที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha$ ถ้า

$T^{+} < \omega_{1-\frac{\alpha}{2}}$ เมื่อ $\omega_{\frac{\alpha}{2}}$ ได้จากตารางที่ 5 หรือ

$T < Z_{\frac{\alpha}{2}}$ หรือ $T > z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ เมื่อ $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ ได้จากตารางที่ 1

ค่าพีสำหรับการทดสอบสองหางจะเป็นสองเท่าของค่าพีที่เล็กกกว่าของค่าพีหางเดียว ซึ่งประมาณได้จากการแจกแจงปกติค่าใดค่าหนึ่งดังนี้

$$\text{ค่าพีหางเดียวด้านล่าง} = \Pr\left[ Z \le \frac{\sum_{i=1}^{n} R_i + 1}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} R^2}} \right]$$

$$\text{ค่าพีหางเดียวด้านบน} = \Pr\left[ Z \ge \frac{\sum_{i=1}^{n} R_i _ 1}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} R^2}} \right]$$

ข. การทดสอบแบบหางเดียวด้านล่าง (Lower-Tailed test)

$H_0$ : E(D) $\geq$ 0 (E($Y_i$) $\geq$ E($X_i$))

$H_1$ : E(D) < 0

(ถ้าคู่ลำดับ ($X_i$ $Y_i$) มีการแจกแจงที่เหมือนกันแล้ว สมมุติฐานทางเลือกอาจเลือกอาจเขียนได้เป็น $H_1$ : E(x) และจะปฏิเสธ $H_0$ ที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha$ ถ้า

$T^+ < \omega_\alpha$ เมื่อ $\omega_\alpha$ ได้จากตาราง A

$T^- < Z_\alpha$ เมื่อ $Z_\alpha$ ได้จากตาราง A

$$\text{ค่าพี} = \Pr\ Z \le \frac{\sum_{i=1}^{n} R_i + 1}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} R^2}}$$

ค. การทดสอบแบบหางเดียวด้านบน (Upper-tailed test)

$H_0$ : E(D) หรือ E(Y) $\leq$ E(X))

$H_1$ : E(D) > 0

(ถ้าคู่ลำดับ ($X_i$,$Y_i$) มีการแจกแจงเหมือนกัน แล้วสมมุติฐานทางเลือกอาจเขียนได้เป็น $H_1$ : E(y) > E(x) และปฏิเสธ $H_0$ ที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha$ ถ้า

$T^+ > \omega_{1_\alpha}$ เมื่อ $\omega_{1_\alpha}$ ได้จากตาราง A

T+ > $Z_{1_\alpha}$ เมื่อ $Z_{1_\alpha}$ ได้จากตาราง A

และค่าพี หาได้จาก

$$\text{ค่าพี} = \Pr\left[ Z \geq \frac{\sum_{i=1}^{n} R_i _ 1}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} R^2}} \right]$$

**<u>ตัวอย่าง</u>**

ในการทดสอบทางจิตวิทยาเพื่อวัดปริมาณของความก้าวร้าวในบุคลิกส่วนตัวของแต่ละคน ของคาแฝดเหมือนจำนวน 12 คู่ เพื่อทดสอบว่าแฝดพี่มีแนวโน้มที่จะก้าวร้าวมากกว่าแฝดน้องผลคะแนนมีต่อไปนี้ (คะแนนสูงกว่าจะหมายถึงก้าวร้าวมากกว่า)

| | จำนวนคู่แฝด | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| แฝดพี่ $X_i$ | 86 | 71 | 77 | 68 | 91 | 72 | 77 | 91 | 70 | 71 | 88 | 87 |
| แฝด น้อง $Y_i$ | 88 | 77 | 76 | 64 | 96 | 72 | 65 | 90 | 65 | 80 | 81 | 72 |
| ความแตกต่าง $D_i = Y_i - X_i$ | +2 | +6 | -1 | -4 | +5 | 0 | -12 | -1 | -5 | +9 | -7 | -15 |
| ลำดับของ $\|D_i\|$ | 3 | 7 | 1.5 | 4 | 5.5 | - | 10 | 1.5 | 5.5 | 9 | 8 | 11 |
| $R_i$ | 3 | 7 | -1.5 | -4 | 5.5 | - | -10 | -1.5 | -5.5 | 9 | -8 | -11 |

**สมมุติฐานเพื่อการทดสอบคือ**

$H_0 : E(X_i) \leq E(Y_i)$

$H_1 : E(X_i) > E(Y_i)$

สมมุติฐานของการทดสอบของตัวอย่างนี้ สอดคล้องกับแบบทดสอบในข้อ ข และมีจำนวนข้อมูลที่เท่ากันหลายค่า ดังนั้นตัวสถิติทดสอบที่เหมาะสมคือ

$$T = \frac{\sum_{i=1}^{12} R_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^{12} R_i^{\,2}}}$$

$$= \frac{17}{\sqrt{505}}$$

= -0.7565

ที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha$ = 0.05 บริเวณวิกฤตคือ T < $Z_{0.05}$ = - 1.654 เพราะว่าค่าสถิติทดสอบ T = - 0.7565 > $Z_{0.05}$ = -1.645 ซึ่งแสดงว่าไม่หลักฐานเพียงพอที่สามารถปฏิเสธ $H_0$ ได้ และสรุปว่าแฝดพี่จะไม่ก้าวร้าวมากกว่าแฝดพี่จะไม่ก้าวร้าวมากกว่าแฝดน้อง และมีค่าพีเป็น

$$\text{ค่าพี} = \Pr\left[ Z \le \frac{\sum_{i=1}^{n} R_i + 1}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} R^2}} \right]$$

$$= \Pr\ Z \le \frac{17+1}{\sqrt{505}}$$

$$= 0.238$$

หมายเหตุ ช่วงความเชื่อมั่นสำหรับความแตกต่างของค่าเฉลี่ยจากการทดสอบแบบลำดับเครื่องหมายของข้อมูลที่จับกันเป็นคู่ของวิลคอกซ์สันมีวิธีการหาเหมือนกันกับการทดสอบของวิลคอกซ์สันที่ใช้สำหรับตัวอย่าง ดังนั้นจะไม่กล่าวรายละเอียด ณ ที่นี้อีก เพราะผู้อ่านสามารถศึกษาเองได้

## ตัวอย่างการวิเคราะห์โดยใช้โปรแกรม SPSS

สถิติ Wilcoxon Signed Rank Test เป็นสถิตินอนพาราเมตริกที่ถูกออกแบบเพื่อใช้ในกรณีการวัดซ้ำ (Repeated Measures) นั่นหมายความว่าในหน่วยตัวอย่างหนึ่งๆ จะถูกวัดตัวแปรดังกล่าว 2 ครั้ง Wilcoxon Signed Rank Test มักจะถูกใช้ในกรณีที่ไม่สามารถใช้สถิติ Dependent Samples t-test ซึ่งเป็นสถิติพาราเมตริกทดสอบได้ เช่น มีการฝ่าฝืนข้อตกลงเบื้องต้น โดยเฉพาะกรณีที่ข้อมูลไม่มีการแจกแจงแบบปกติ สถิติ Wilcoxon Signed Rank Test จะแปลงข้อมูลที่เป็นค่าต่อเนื่องให้อยู่ในมาตราเรียงอันดับ (Ordinal Scale) ซึ่งมีความเหมาะสมกับข้อมูลที่มีจำนวนไม่มาก โดยเฉพาะงานวิจัยในชั้นเรียนหรือการทดลองที่ใช้กลุ่มตัวอย่างน้อยๆ เพราะไม่มีข้อตกลงเกี่ยวกับการแจกแจงของประชากรแต่ประการใด

### ตัวอย่าง

คุณครูประจำชั้น ได้ทำการวิจัยในชั้นเรียนเพื่อพัฒนาทักษะการอ่านภาษาอังกฤษโดยใช้บทเรียนสำเร็จรูป และได้ดำเนินการวัดทักษะการอ่านภาษาอังกฤษก่อนและหลังใช้บทเรียนสำเร็จรูป ผลการวัดเป็นดังนี้ (คะแนนเต็ม 50 คะแนน)

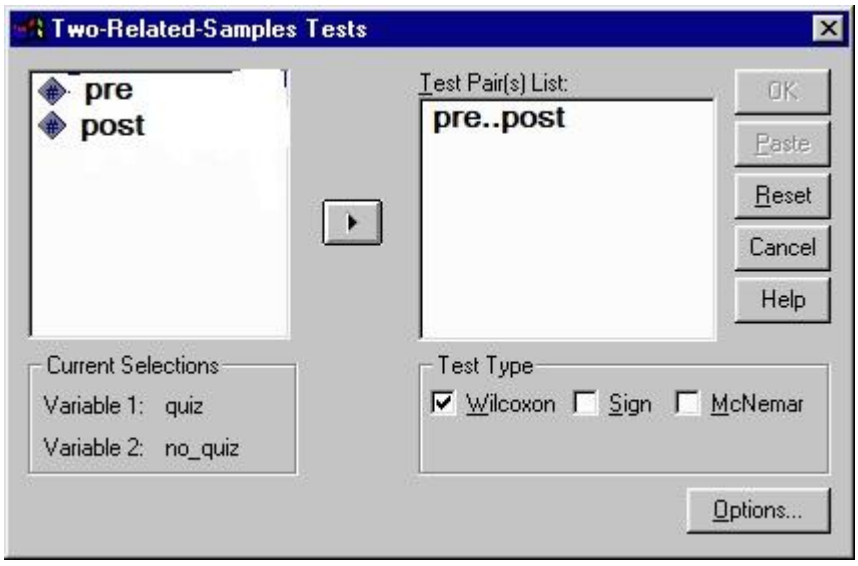
| ชื่อ สกุล | ก่อนใช้บทเรียนสำเร็จรูป | หลังใช้บทเรียนสำเร็จรูป |
|---|---|---|
| 1. ด.ญ.อรวรรณ | 22 | 32 |
| 2. ด.ญ.กาญจนา | 31 | 36 |
| 3. ด.ช.คำรณ | 15 | 29 |
| 4. ด.ญ.ปิยวดี | 21 | 38 |
| 5. ด.ญ.มณิภา | 12 | 29 |
| 6. ด.ญ.มนัญญา | 32 | 34 |
| 7. ด.ญ.รัศมี | 24 | 33 |
| 8. ด.ช.สุภชัย | 26 | 31 |
| 9. ด.ช.สุริยา | 41 | 45 |
| 10. ด.ญ.แสงมณี | 37 | 38 |
| 11. ด.ญ.หทัยทิพย์ | 33 | 41 |
| 12. ด.ญ.หทัยรัตน์ | 29 | 32 |
| 13. ด.ญ.รพีพรรณ | 20 | 35 |
| 14. ด.ญ.สาวิตรี | 15 | 21 |

จากข้อมูลข้างต้น ผู้วิจัยจะต้องดำเนินการสร้างไฟล์ข้อมูล โดยมีตัวแปร 2 ตัวแปร ได้แก่ตัวแปรก่อน (Pre) และหลัง (Post) ดังภาพ

| | Pre | Post |
|---|---|---|
| 1 | 22 | 32 |
| 2 | 31 | 36 |
| 3 | 15 | 29 |
| 4 | 21 | 38 |
| 5 | 12 | 29 |
| 6 | 32 | 34 |
| 7 | 24 | 33 |
| 8 | 26 | 31 |
| 9 | 41 | 45 |
| 10 | 37 | 38 |
| 11 | 33 | 41 |
| 12 | 29 | 32 |
| 13 | 20 | 35 |
| 14 | 15 | 21 |

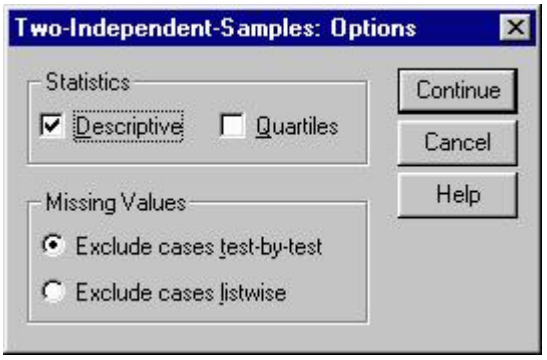
**ขั้นตอนการวิเคราะห์ด้วยโปรแกรม SPSS**

1) เปิดไฟล์ข้อมูล Click Analyze → Nonparametric Tests → 2 Related Samples
2) เลือกตัวแปรทั้งสองเข้าไปในช่อง Test Pair(s) List ดังภาพ




3) ในส่วนของ Test Type ให้เลือก Wilcoxon ซึ่งเป็นค่าตั้งต้นของโปรแกรมอยู่แล้ว

4) Click Options เพื่อขอผลการวิเคราะห์ที่เป็นค่าสถิติพื้นฐาน (Descriptive) ดังภาพ




5) Click Continue และ OK จะได้ผลการวิเคราะห์ดังนี้

Descriptive Statistics

| | N | Mean | Std. Deviation | Minimum | Maximum |
|---|---|---|---|---|---|
| Pre | 14 | 25.57 | 8.689 | 12 | 41 |
| Post | 14 | 33.86 | 5.842 | 21 | 45 |

ผลการวิเคราะห์นี้จะให้ข้อมูลเกี่ยวกับค่าสถิติพื้นฐานของตัวแปรก่อนและหลังได้แก่ ค่าเฉลี่ย ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุด

**Ranks**

| | | **N** | **Mean Rank** | **Sum of Rank** |
|---|---|---|---|---|
| **Post – Pre** | **Negative Rank** | 0[a] | .00 | .00 |
| | **Positive Rank** | 14[b] | 7.50 | 105.00 |
| | **Ties** | 0[c] | | |
| | **Total** | 14 | | |

**a. Post < Pre**

**b. Post > Pre**

**c. Post = Pre**

ผลการวิเคราะห์ส่วนนี้จะให้ข้อมูลเกี่ยวกับจำนวนของกลุ่มตัวอย่างที่มีคะแนนหลังเรียนต่ำกว่าก่อนเรียน กลุ่มที่มีคะแนนหลังเรียนมากกว่าก่อนเรียน และกลุ่มที่มีคะแนนหลังเรียนและก่อนเรียนเท่ากัน ซึ่งจากผลการวิเคราะห์ พบว่า กลุ่มตัวอย่างทุกคนมีคะแนนเพิ่มขึ้นนั่นคือ คะแนนหลังเรียนสูง

กว่าก่อนเรียน นอกจากนั้นผลการวิเคราะห์นี้ยังให้ข้อมูลเกี่ยวกับผลรวมอันดับ(Sum of Ranks) และค่าเฉลี่ยอันดับ(Mean Rank) อีกด้วย

Test Statistics[b]

| | Post - Pre |
|---|---|
| Z | -3.297[a] |
| Asymp. Sig. (2-tailed) | .001 |

a. Based on negative ranks.

b. Wilcoxon Signed Ranks Test

ผลการวิเคราะห์นี้เป็นส่วนที่มีความสำคัญ เพราะจะใช้ในการทดสอบสมมุติฐานและสรุปผลการวิจัย โดยจะนำเสนอค่าสถิติ Z ซึ่งมีค่าเท่ากับ 3.297 นอกจากนั้นยังให้ค่า Asymp. Sig. ซึ่งมีค่าเท่ากับ .001 น้อยกว่าระดับนัยสำคัญที่กำหนด (.05) นั่นหมายความว่า มีนัยสำคัญทางสถิติ ซึ่งสามารถสรุปผลการวิจัยได้ว่า เมื่อใช้บทเรียนสำเร็จรูปพัฒนาทักษะการอ่านภาษาอังกฤษแล้ว พบว่านักเรียนมีทักษะการอ่านภาษาอังกฤษหลังเรียนแตกต่างจากก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งการสรุปผลวิจัยในลักษณะนี้ยังขาดความชัดเจนในการลงข้อสรุป ดังนั้น ผู้วิจัยจึงควรตั้งสมมุติฐานแบบมีทิศทาง (ทางเดียวหรือหางเดียว) ค่า Asymp.Sig. จะต้องหารด้วย 2 ดังนั้นค่า Sig. ที่จะใช้เปรียบเทียบกับระดับนัยสำคัญจะมีค่าเท่ากับ .001/2 = .0005 ซึ่งสามารถสรุปผลวิจัยได้ว่า เมื่อใช้บทเรียนสำเร็จรูปพัฒนาทักษะการอ่านภาษาอังกฤษแล้ว นักเรียนมีทักษะการอ่านภาษาอังกฤษหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 หรือนักเรียนมีทักษะการอ่านภาษาอังกฤษสูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นั่นเอง

**<u>แบบฝึกหัดในการฝึกปฏิบัติ</u>**

**1. จากการทดสอบวัดความก้าวร้าวของคู่แฝด 12 คู่ พบว่าได้คะแนนก้าวร้าวดังนี้**

| **คู่ที่** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| แฝดพี่ (X) | 86 | 71 | 77 | 68 | 91 | 72 | 77 | 91 | 70 | 71 | 88 | 87 |
| แฝดน้อง(Y) | 88 | 77 | 76 | 64 | 96 | 72 | 65 | 90 | 65 | 80 | 81 | 72 |

จงทดสอบสมมติฐานที่กล่าวว่า แฝดพี่กับแฝดน้องต่างก็มีความก้าวร้าวไม่เท่ากัน

**2. สามี-ภรรยา 12 คู่ ได้รับการสอบถามโดยให้ตอบว่า "ท่านมีความเห็นด้วยหรือไม่ ที่จะให้ลูกของตนเองเรียนสายวิทย์ เมื่อลูกเก่งภาษา" Scale การตอบมี 11 คือ**

11 หมายถึง เห็นด้วยอย่างยิ่ง…….. 1 หมายถึงไม่เห็นด้วยเลย ซึ่งปรากฏผลดังข้อมูลต่อไปนี้ คือ

| **คู่ที่** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| สามี (X) | 3 | 2 | 3 | 2 | 1 | 3 | 8 | 1 | 11 | 4 | 8 | 3 |
| ภรรยา (Y) | 10 | 6 | 2 | 11 | 9 | 7 | 5 | 6 | 9 | 4 | 7 | 9 |

จงทดสอบสมมติฐานที่กล่าวว่า สามี-ภรรยาต่างมีความเห็นในเรื่องการเรียนของลูกแตกต่างกัน

**<u>เฉลย</u>**

**ข้อที่ 1**

**วิธีทำ**

**1. การตั้งสมมติฐาน**

$H_0$ : แฝดพี่กับแฝดน้องต่างก็มีความก้าวร้าวเท่ากัน

$H_1$ : แฝดพี่กับแฝดน้องต่างก็มีความก้าวร้าวไม่เท่ากัน

**2. สถิติที่ใช้ในการทดสอบ**

The Wilcoxon Signed Ranks Test

**3. ระดับความมีนัยสำคัญ**

ใช้ $\alpha = .05,\ n = 12$

**4. การแจกแจงของค่าสถิติ**

ค่า $T^+$ ที่ได้จากข้อมูลใช้ตาราง H คำนวณค่าความน่าจะเป็น เมื่อ $n \leq 15$

**5. พื้นที่วิกฤติ**

การทดสอบสมมติฐานในโจทย์ปัญหาเป็นการทดสอบแบบสองทิศทาง พื้นที่วิกฤติคือ ค่า 2p ซึ่งค่า $2p \leq \alpha$ ซึ่งปฏิเสธ $H_0$

**6. คำนวณ**

สร้างตารางแจกแจงความถี่ใหม่ดังนี้

| อันดับที่ | $d_i = (X_i - Y_i)$ | อันดับที่ของ $d_i$ |
|---|---|---|
| 1 | -2 | -3 |
| 2 | -6 | -7 |
| 3 | 1 | 1.5 |
| 4 | 4 | 4 |
| 5 | -5 | -5.5 |
| 6 | 0 | 0 |
| 7 | 12 | 10 |
| 8 | 1 | 1.5 |
| 9 | 5 | 5.5 |
| 10 | -9 | -9 |
| 11 | 7 | 8 |
| 12 | 15 | 11 |

N = 11,

$T^+ = 1.5 + 4 + 10 + 1.5 + 5.5 + 8 + 11 = 41.5$ โดยประมาณเท่ากับ 41

$T^- = 3 + 7 + 5.5 + 9 = 24.5$ โดยประมาณเท่ากับ 25

**7. การสรุปผล**

จากตาราง H, $T^+ = 41$ N = 12 ให้ค่า $p\ (T^+ \geq 41) = .2598$

$2p = .5196$

แสดงว่า $2p > \alpha$ แสดงว่ายอมรับ $H_0$

**ข้อ 2**

**วิธีทำ**

**1. การตั้งสมมติฐาน**

$H_0$ : สามีภรรยาต่างมีความเห็นในเรื่องการเรียนของลูกไม่แตกต่างกัน

$H_1$ : สามีภรรยาต่างมีความเห็นในเรื่องการเรียนของลูกแตกต่างกัน

**2. สถิติที่ใช้ในการทดสอบ**

The Wilcoxon Signed Ranks Test

**3. ระดับความมีนัยสำคัญ**

ใช้ $\alpha = .05$, N = 12

**4. การแจกแจงของค่าสถิติ**

ค่า $T^+$ ที่ได้จากข้อมูลใช้ตาราง H คำนวณค่าความน่าจะเป็น เมื่อ $n \leq 15$

**5. พื้นที่วิกฤติ**

การทดสอบสมมติฐานในโจทย์ปัญหาเป็นการทดสอบแบบสองทิศทาง พื้นที่วิกฤติคือ ค่า 2p ซึ่งค่า $2p \leq \alpha$ ซึ่งปฏิเสธ $H_0$

**6. คำนวณ**

สร้างตารางแจกแจงความถี่ใหม่ดังนี้

| อันดับที่ | $X_i$ | $Y_i$ | $d_i = (X_i - Y_i)$ | อันดับที่ของ $d_i$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 3 | 10 | +7 | 9 |
| 2 | 2 | 6 | 4 | 5.5 |
| 3 | 3 | 2 | -1 | -1.5 |
| 4 | 2 | 11 | 9 | 11 |
| 5 | 1 | 9 | 8 | 10 |
| 6 | 3 | 7 | 4 | 5.5 |
| 7 | 8 | 5 | -3 | -4 |
| 8 | 1 | 6 | 5 | 7 |
| 9 | 11 | 9 | -2 | -3 |
| 10 | 4 | 4 | 0 | - |
| 11 | 8 | 7 | -1 | -1.5 |
| 12 | 3 | 9 | 6 | 8 |

**N** = 12

$\mathbf{T^+}$ = 9 + 5.5 + 11 + 10 + 5.5 + 7 + 8 = 56

$\mathbf{T^-}$ = 1.5 + 4 + 3 + 1.5 = 10

**7. การสรุปผล**

จากตาราง H, $T^+ = 56$ N = 12 ให้ค่า p ($T^+ \geq 56$) = .02

แสดงว่า $2p < \alpha$ แสดงว่า ปฏิเสธ $H_0$ แต่ยอมรับ $H_1$

# อ้างอิง

ทรงศักดิ์ ภูสีอ่อน. (2554). **การประยุกต์ใช้ SPSS วิเคราะห์ข้อมูลงานวิจัย.** พิมพ์ครั้งที่ 4. มหาสารคาม: โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.

สำรวม จงเจริญ. (2548). **การวิเคราะห์เชิงสถิติแบบไม่ใช้พารามิเตอร์.** พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: สำนักงานกิจการโรงพิมพ์ องค์การสงเคราะห์ทหารผ่านศึก.

อำนวย เลิศชยันตี. (2539). **สถิตินอนพาราเมตริก**. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ศิลสนองการพิมพ์.

file:///C:/Users/acer/Desktop/Using%20SPSS%20for%20Ordinal%20Data%20(Mann-Whitney%20U,%20Sign%20Test,%20and%20Wilcoxon%20Tests).htm.

เข้าถึงได้เมื่อวันที่ 30 สิงหาคม 2554

# สารบัญ


| เรื่อง | หน้า |
|---|---|
| 1.The Wilcoxon Signed-Ranks Test | |
| 1.1 หลักการและแนวคิด | 1 |
| 1.2 สถิติทดสอบ | 1 |
| 1.3 การทดสอบสมมุติฐาน | 4 |
| 1.4 บทสรุป | 5 |
| 1.5 ตัวอย่าง | 6 |
| 2. The Wilcoxon Matched Pairs Signed-Ranks Test | |
| 2.1 หลักการและแนวคิด | 11 |
| 2.2 ข้อตกลง | 11 |
| 2.3 สถิติทดสอบ | 11 |
| 2.4 การทดสอบสมมุติฐาน | 12 |
| 2.5 ตัวอย่าง | 14 |
| ตัวอย่างการวิเคราะห์โดยใช้โปรแกรม SPSS | 16 |
| แบบฝึกหัดการปฏิบัติ | 20 |
| อ้างอิง | 25 |
| ภาคผนวก | 27 |

# The Wilcoxon Test

**เสนอ**

**อาจารย์ ดร.ณัชชา มหปุญญานนท์**

**จัดทำโดย**


1. **นายฐานันดร์ อุสัยนี รหัส 541997348**
2. **นายธวีร์วุทธ จันทร์หอม รหัส 541997350**
3. **นางสาวรุสนี มะตาเยะ รหัส 541997364**
4. **นางสาววรรณี ปาทาน รหัส 541997365**


**รายงานฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของรายวิชาการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพ**
**สำหรับการวิจัยและประเมิน (0307531)**
**ภาคการศึกษาที่ 1 ปีการศึกษา 2554 คณะศึกษาศาสตร์ สาขาวิชาการวิจัยและประเมิน**
**มหาวิทยาลัยทักษิณ วิทยาเขตสงขลา**

# คำนำ

รายงานเรื่อง The Wilcoxon Test ซึ่งเป็นสถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์เชิงสถิติแบบไม่ใช้พารามิเตอร์ เล่มนี้ เรียบเรียงขึ้น โดยมีวัตถุประสงค์ที่จะใช้ในการประกอบการเรียนการสอนในรายวิชาการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพสำหรับการวิจัยและประเมิน ซึ่งหัวข้อในการเขียนได้แบ่งออกเป็นสองส่วน คือ The Wilcoxon Signed-Ranks Test และ The Wilcoxon Matched Pairs Signed-Ranks Test โดยประกอบไปด้วยเนื้อหาต่างๆ ในการสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับสถิติดังกล่าว เช่น หลักการและแนวคิด ข้อตกลงในการใช้สถิติ สถิติทดสอบ การทดสอบสมมุติฐาน ตัวอย่างการคำนวณ รวมไปถึงตัวอย่างการคำนวณโดยโปรแกรม SPSS และแบบฝึกหัด เพื่อฝึกปฏิบัติ รายงานเล่มนี้จึงเหมาะสำหรับผู้ที่ต้องการนำไปใช้งาน ซึ่งสามารถศึกษาได้อย่างง่ายจากสูตร ที่ประกอบไปด้วยตัวอย่างในการคำนวณ ซึ่งจะทำให้เข้าใจง่ายยิ่งขึ้น

รายงานเล่มนี้ได้รวบรวมและเรียบเรียงขึ้นจากหนังสือประกอบการเรียนการสอน ของผู้เขียนหลายๆท่าน และจากการศึกษาจากสื่อออนไลน์ หากพบข้อผิดพลาดประการใดๆ คณะผู้จัดทำขออภัยมา ณ ที่นี้ และมีความยินดียิ่งที่จะรับคำแนะนำในการแก้ไข และคณะผู้จัดทำหวังเป็นอย่างยิ่งว่า การรวบรวมรายงานในครั้งนี้จะเป็นประโยชน์ต่อผู้ที่สนใจ

**คณะผู้จัดทำ**

**1 กันยายน 2554**

# ภาคผนวก